

Mechanika kwantowa, lista zadań 7

1. Układ sferyczny:

$$x = r \sin(\theta) \cos(\phi), \quad y = r \sin(\theta) \sin(\phi), \quad z = r \cos(\theta)$$

Korzystając ze wzorów z analizy 3 otrzymać

$$\frac{\partial}{\partial \phi} = x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x}$$

czyli $\partial/\partial\phi = \hat{L}_z/i\hbar$.

2. Sprawdzić, że dla stałego pola magnetycznego $\mathbf{B}$ zachodzi:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

3. Wykonać rachunki prowadzące od

$$H = \frac{(\vec{p} - e/c\vec{A})^2}{2m} + V(\vec{r})$$

do

$$H = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{ie\hbar}{2mc} (\vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \frac{e^2}{2mc} \vec{A}^2 + V(\vec{r})$$

Czy powyższy hamiltonian jest hermitowski, mimo, że zawiera jawnie i ?

4. Efekt Starka: $\hat{H}' = e\mathcal{E}r \cos(\theta)$. Dla atomu wodoru wyliczyć elementy macierzowe

$$\langle 200 | \hat{H}' | 210 \rangle = \langle 210 | \hat{H}' | 200 \rangle = -3e\mathcal{E}a$$

gdzie a jest promieniem Bohra, a pozostałe elementy macierzowe $\hat{H}'$ są równe zero.